Quasimorfizmy

Piotr Rudnicki
Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Wrocławski

Dla ustalonej grupy Γ, odwzorowanie $q\colon \Gamma \to \mathbb{R}$ nazywamy quasimorfizmem, jeśli $\sup_{g,h\in\Gamma} |q(gh) - q(g) - q(h)| < \infty$. Zatem są to uogólnienia homomomorfizmów między grupami Γ oraz $(\mathbb{R}, +, 0)$. Oczywiście każde ograniczone odwzorowanie oraz każdy homomorfizm jest quasimorfizmem zwanym dalej trywialnym. Okazuje się, że istnienie nietrywialnych quasimorfizmów na grupie reflektuje ciekawe jej własności o których postaram się opowiedzieć. Przykładowo, jeśli grupa $H^2(\Gamma; \mathbb{R})$ drugich kohomologii grupy Γ znika to grupę wszystkich nietrywialnych homomorfizmów można utożsamić z grupą $H^2_b(\Gamma; \mathbb{R})$ drugich ograniczonych kohomologii Γ. Twierdzenie to stosuje się w przypadku $\Gamma = F_2$, grupy wolnej o dwóch generatorach.